

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ (О)

Кафедра Высшей математики

Одобрено на заседании Ученого
совета ИАТЭ НИЯУ МИФИ,
протокол №25.8 от 25.08.2025

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

для студентов

по освоению дисциплины

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

название дисциплины

для студентов направления подготовки

22.03.01 «Материаловедение и технологии материалов»

код и название направления подготовки

Форма обучения: очная

ВВЕДЕНИЕ

Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины «Теория функций комплексного переменного» (рекомендуемый режим и характер учебной работы, в том числе в части выполнения самостоятельной работы) – комплекс рекомендаций и разъяснений, позволяющий обучающимся оптимальным образом организовать процесс изучения как теоретического учебного материала дисциплины, так и подготовки к практическим занятиям и/или лабораторным работам, в том числе проводимым с использованием активных и интерактивных технологий обучения.

Целью дисциплины является теоретическая подготовка и получение практических навыков по теории функций комплексного переменного для успешного усвоения фундаментальных, общетехнических и специальных дисциплин учебного плана, а также для возможности изучения специальной литературы, в случае необходимости самостоятельного углубления математических знаний после окончания ВУЗа; расширение общего кругозора, развитие логического мышления студентов, формирование потребности теоретического обоснования различных явлений.

Задачи дисциплины:

- дать студентам базовые знания в области математики и воспитать высокую математическую культуру;
- сформировать умения использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности;
- привить навыки самостоятельной работы с литературой по математике и ее приложениям.

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» реализуется в рамках обязательной части и относится к общепрофессиональному модулю.

Дисциплина изучается на 2 курсе в 4 семестре.

Основными видами учебной работы по данной дисциплине являются лекции, практические занятия, самостоятельная работа обучающихся. Для успешного освоения дисциплины студенты необходимо изучить лекционный материал и рекомендуемую литературу, отработать изученный материал на практических занятиях, выполнить задания для самостоятельной работы.

1 Лекции

Лекция – это важный источник информации по каждой учебной дисциплине. Она ориентирует студента в основных проблемах изучаемого курса, направляет самостоятельную работу над ним.

Содержание лекционного курса по дисциплине «Теория функций комплексного переменного» представлено в таблице

Лекционный курс

Неделя	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1	Комплексные числа. Последовательности комплексных чисел. Числовые ряды. Функции комплексного переменного. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Теоремы Вейерштрасса.	Определение комплексного числа, операции сложения, вычитания, умножения и деления. Геометрическое представление комплексных чисел. Тригонометрическая форма записи. Операции возведения в целую степень и извлечения корней из комплексных чисел. Некоторые множества комплексных чисел. Предел последовательности комплексных чисел. Числовые ряды. Функции комплексного переменного. Предельное значение функции комплексного переменного. Непрерывность функции комплексного переменного. Функциональные последовательности и ряды, область сходимости функционального ряда, равномерная сходимость. Теоремы Вейерштрасса. Определение экспоненциальной функции через предел последовательности. <i>Литература: [1, 2, 5].</i>
2-3	2. Степенные ряды. Формула Эйлера. Дифференцирование функций комплексного переменного. Аналитические функции.	
2	2.1. Степенные ряды. Формула Эйлера. Элементарные функции комплексного переменного	Степенные ряды, круг и радиус сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара. Определение экспоненциальной и тригонометрических функций через степенные ряды. Формула Эйлера, показательная форма записи комплексного числа. <i>Литература: [1, 2, 5].</i>
3	Дифференцирование функций комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Аналитическая функция	Дифференцирование функций комплексного переменного. Теорема о дифференцируемой функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл производной. Аналитические функции. Некоторые свойства аналитических

		функций. Аналитичность элементарных функций. <i>Литература: [1, 2, 5].</i>
4-5	3. Интеграл от функции комплексного переменного.	
4	3.1. Определение. Свойства интегралов от функций комплексного переменного. Теорема Коши.	Определение. Свойства интегралов от функций комплексного переменного. Теорема Коши. <i>Литература: [1, 2, 5]</i>
5	3.2. Интегральная формула Коши. Интегрирование аналитических функций.	Интегральная теорема Коши. Интегралы, зависящие от параметра. Неопределенный интеграл. Интегральная формула Коши. Теорема о производных аналитической функции. Принцип максимума модуля аналитической функции. Теорема Морера. Теорема Лиувилля. <i>Литература: [1, 2, 5].</i>
6-7	4. Ряды аналитических функций. Ряд Тейлора. Аналитическое продолжение.	
6	4.1 Ряд Тейлора. Единственность определения аналитической функции	Теорема Тейлора. Нули аналитической функции. Теорема единственности аналитической функции. <i>Литература: [1, 2, 5].</i>
7	4.2. Аналитическое продолжение. Понятие римановой поверхности.	Понятие об аналитическом продолжении. Продолжение с действительной оси. Элементарные функции комплексного переменного. Понятие римановой поверхности. <i>Литература: [1, 2, 5].</i>
8	5. Ряд Лорана. Изолированные особые точки.	
9-10	6. Теория вычетов. Вычисление интегралов с помощью теории вычетов	
9	6.1. Вычет аналитической функции в изолированной особой точке Теоремы о вычетах. Вычисление определенных интегралов с помощью теории вычетов.	Вычет аналитической функции в изолированной особой точке (определение). Формула для вычисления вычета в полюсе. Основная теорема теории вычетов. Вычет функции в бесконечной изолированной особой точке (определение). Теорема о вычетах функции на полной комплексной плоскости. Вычисление определенных с помощью теории вычетов. <i>Литература: [1, 2, 5].</i>
10	6.2. Вычисление несобственных интегралов с помощью теории вычетов. Логарифмический вычет. Принцип аргумента. Основная теорема алгебры.	Лемма 1 о равенстве нулю интеграла по полуокружности бесконечного радиуса. Теорема о вычислении несобственных интегралов от функций вещественного переменного, которые являются аналитическими продолжениями функций, удовлетворяющих лемме 1. Лемма Жордана. Теорема о вычислении несобственных интегралов от функций вещественного переменного, которые являются аналитическими продолжениями функций, удовлетворяющих лемме Жордана. Логарифмический вычет. Теорема Руше. Основная теорема алгебры. <i>Литература: [1, 2, 5].</i>
11-12	7. Конформные отображения.	
11	7.1. Определения, теоремы, принципы.	Теорема о необходимых и достаточных условиях конформности. Принцип соответствия границ. Принцип

		симметрии. Теорема Римана. <i>Литература: [1, 2, 5].</i>
12	7.2. Отображения некоторых функций.	Отображения целой линейной функцией, степенной функцией, $w=\exp(z)$, дробно-линейной функцией. <i>Литература: [1, 2, 5].</i>
13-16	8. Преобразование Лапласа. Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных и интегральных уравнений.	
13	8.1 Преобразование Лапласа. Свойства	Преобразование Лапласа. Область сходимости. Преобразование Лапласа элементарных функций. Свойства преобразования Лапласа: линейность, теоремы подобия, запаздывания, дифференцирования оригинала, интегрирование оригинала, <i>Литература: [1, 2].</i>
14	8.2. Преобразование свертки, дифференцирование и интегрирование изображения, теорема смещения. Обратное преобразование Лапласа	Свойства преобразования Лапласа : преобразование свертки, дифференцирование и интегрирование изображения, теорема смещения. Обратное преобразование Лапласа (интеграл Меллина). <i>Литература: [1, 2].</i>
15-16	8.3. Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных и интегральных уравнений.	Решение задач для линейных дифференциальных уравнений операционным методом. Решение систем линейных дифференциальных уравнений. Решение линейных интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. <i>Литература: [1,2].</i>

Для лекций по каждому предмету должна быть отдельная тетрадь для лекций. Прежде всего, запишите имя, отчество и фамилию лектора, оставьте место для списка рекомендованной литературы, пособий, справочников.

Будьте внимательны, когда лектор объявляет тему лекции, объясняет Вам место, которое занимает новый предмет в Вашей подготовке и чему новому Вы сможете научиться. Опытный студент знает, что, как правило, на первой лекции преподаватель обосновывает свои требования, раскрывает особенности чтения курса и способы сдачи зачета или экзамена.

Отступите поля, которые понадобятся для различных пометок, замечаний и вопросов.

Запись содержания лекций очень индивидуальна, именно поэтому трудно пользоваться чужими конспектами.

Не стесняйтесь задавать вопросы преподавателю. Чем больше у Вас будет информации, тем свободнее и увереннее Вы будете себя чувствовать.

Базовые рекомендации:

- не старайтесь дословно конспектировать лекции, выделяйте основные положения, старайтесь понять логику лектора;
- точно записывайте определения, законы, понятия, формулы, теоремы и т.д.;
- передавайте излагаемый материал лектором своими словами;
- наиболее важные положения лекции выделяйте подчеркиванием;
- создайте свою систему сокращения слов;
- привыкайте просматривать, перечитывать перед новой лекцией предыдущую информацию;
- дополняйте материал лекции информацией;
- задавайте вопросы лектору;
- обязательно вовремя пополняйте возникшие пробелы.

Правила тактичного поведения и эффективного слушания на лекциях:

- слушать (и слышать) другого человека – это настоящее искусство, которое очень пригодится в будущей профессиональной деятельности;
- если преподаватель «скучный», но Вы чувствуете, что он действительно владеет материалом, то скука – это уже Ваша личная проблема (стоит вообще спросить себя, а настоящий ли Вы студент, если Вам не интересна лекция специалиста?).

Если Вы в чем-то не согласны (или не понимаете) с преподавателем, то совсем не обязательно тут же перебивать его и, тем более, высказывать свои представления, даже если они и кажутся Вам верными. Перебивание преподавателя на полуслове – это верный признак невоспитанности. А вопросы следует задавать либо после занятий (для этого их надо кратко записать, чтобы не забыть), либо выбрав момент, когда преподаватель сделал хотя бы небольшую паузу, и обязательно извинившись.

2 Практические занятия (семинары)

Практические занятия являются важной частью учебного процесса в вузе. Они проводятся с целью закрепления лекционного материала, овладения понятийным аппаратом предмета, методами и приёмами исследования, изучаемыми в рамках учебной дисциплины. Главной целью

такого рода занятий является научиться применению теоретических знаний на практике.

Содержание практических занятий по дисциплине «Теория функций комплексного переменного» представлено в таблице.

Практические/семинарские занятия

Неделя	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1	1. Комплексные числа. Последовательности комплексных чисел. Числовые ряды. Функции комплексного переменного. Функциональные ряды.	Действия с комплексными числами. Определение модуля, аргумента в тригонометрической форме записи. Формулы Муавра. Исследование сходимости рядов, последовательностей. [7], стр. 12-15, №1.1-1.9, стр. 35 №2.1-2.14, стр. 50-52 №3.1-3.14.
2-3	2. Степенные ряды. Формула Эйлера. Дифференцирование функций комплексного переменного. Аналитические функции.	
2	2.1. Степенные ряды. Формула Эйлера. Элементарные функции комплексного переменного	Формула Эйлера и следствия из неё. Элементарные функции ($\sin(z)$, $\cos(z)$, $\operatorname{tg}(z)$, $\operatorname{sh}(z)$, $\operatorname{ch}(z)$, $\operatorname{Ln}(z)$, $\operatorname{Arcsin}(z)$, $\operatorname{Arccos}(z)$). [7], стр. 25-28, №№ 1.23-1.33, 1.35, стр. 50-52, №3.15-3.18.
3	Дифференцирование функций комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Аналитическая функция	Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Гармонические функции Восстановление аналитической функции. [7], стр. 35 № 2.15-2.51, стр. 41-43 № 2.52-2.115, стр. 44-46 № 2.117-2.155.
4-5	3. Интеграл от функции комплексного переменного.	
4	3.1. Определение. Свойства интегралов от функций комплексного переменного. Теорема Коши.	Вычисление интегралов по заданной кривой. [7], стр. 110-112, №№ 5.1-5.27.
5	3.2. Интегральная формула Коши. Интегрирование аналитических функций.	Вычисление интегралов с использованием интегральной теоремы Коши. [7], стр. 118-122, №№ 5.36-5.65
6-7	4. Ряды аналитических функций. Ряд Тейлора. Аналитическое продолжение.	
6	4.1 Ряд Тейлора. Единственность определения аналитической функции	Решение задач [7], стр. 59-62 № 3.19-3.27.
7	4.2. Аналитическое продолжение. Понятие римановой поверхности.	
8	5. Ряд Лорана. Изолированные особые точки.	Решение задач [7], стр. 70-72 № 3.28-3.35.
9-10	6. Теория вычетов. Вычисление интегралов с помощью теории вычетов	

9	6.1. Вычет аналитической функции в изолированной особой точке Теоремы о вычетах. Вычисление определенных интегралов с помощью теории вычетов.	Решение задач [7], стр. 131-143, № 6.1-6.169, № 6.1-7.32.
10	6.2. Вычисление несобственных интегралов с помощью теории вычетов. Логарифмический вычет. Принцип аргумента. Основная теорема алгебры.	Решение задач [7], стр. 147-158 № 7.33-7.125.
11-12	7. Конформные отображения.	
11	Определения, теоремы, принципы.	Решение задач [7], стр. 74-80 № 4.1-4.50
12	Отображения некоторых функций.	Решение задач [7], стр. 84-95 №4.51-4.97.
13-16	8. Преобразование Лапласа. Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных и интегральных уравнений.	
13	8.1 Преобразование Лапласа. Свойства	Решение задач [7], стр. 167-178
14	8.2. Преобразование свертки, дифференцирование и интегрирование изображения, теорема смещения. Обратное преобразование Лапласа	Решение задач [7], стр. 178-180.
15-16	8.3. Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных и интегральных уравнений.	Решение задач [7], стр. 184-188.

На практическом занятии обсуждаются теоретические положения изучаемого материала, уточняются позиции авторов научных концепций, ведется работа по осознанию студентами категориального аппарата изучаемой дисциплины, определяется и формулируется отношение учащихся к теоретическим проблемам науки, оформляется собственная позиция будущего специалиста. Форма работы – диалог: и студенты, и преподаватель вправе: задавать друг другу вопросы, которые возникли и могут возникнуть у них в процессе изучения и обсуждения материала, делиться своими сомнениями, наблюдениями, приводить доводы «за» и «против» той или иной позиции, обосновывать возможность применения на практике тех или иных теоретических положений.

Для подготовки к практическому занятию студентам рекомендуется:

- изучить вопросы, которые будут обсуждаться на занятии;

- изучить список основной и дополнительной литературы, где студенты могут найти ответы на вопросы, обратить внимание на категории, которыми оперирует автор, выписать основные понятия и систематизировать их;

- разработать блок-схему, в которой найдут отражение все изучаемые вопросы темы;

- составить развернутый план изучаемого материала, который может быть использован для ответа на занятии.

В начале занятия студенты под руководством преподавателя более глубоко осмысливают теоретические положения по теме занятия, раскрывают и объясняют основные положения публичного выступления. В процессе творческого обсуждения и дискуссии вырабатываются умения и навыки использовать приобретенные знания для различного рода ораторской деятельности.

Ввиду трудоемкости подготовки к практическому занятию преподаватель может предложить студентам алгоритм действий, рекомендовать еще раз внимательно прочитать записи лекций и уже готовый конспект по теме семинара, тщательно продумать свое устное выступление.

На практическом занятии каждый его участник должен быть готовым к выступлению по всем поставленным в плане вопросам, проявлять максимальную активность при их рассмотрении. Выступление должно строиться свободно, убедительно и аргументировано. Преподаватель следит, чтобы выступление не сводилось к репродуктивному уровню (простому воспроизведению текста), не допускается и простое чтение конспекта. Необходимо, чтобы выступающий проявлял собственное отношение к тому, о чем он говорит, высказывал свое личное мнение, понимание, обосновывал его и мог сделать правильные выводы из сказанного. При этом студент может обращаться к записям конспекта и лекций, непосредственно к первоисточникам, использовать знание художественной литературы и искусства, факты и наблюдения современной жизни и т. д. Вокруг такого выступления могут разгореться споры, дискуссии, к участию в которых должен стремиться каждый.

В заключение преподаватель подводит итоги практического занятия. Он может (выборочно) проверить конспекты студентов и, если потребуется, внести в них исправления и дополнения.

При изучении дисциплины используется значительное количество интерактивных методов обучения. Студенты привлекаются к активной творческой работе с преподавателем по поиску и подбору различных учебных материалов с использованием Интернет-ресурсов, а также

формирования навыков организации профессионального взаимодействия с различными специалистами.

Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

- проверка правильности выполнения домашнего задания;
- решение задач на семинарах у доски;
- мозговой штурм, командная работа;
- защита индивидуальных домашних заданий.

3 Самостоятельная работа обучающихся

Подготовка современного специалиста предполагает, что в стенах института он овладеет методологией самообразования, самовоспитания, самосовершенствования. Это определяет важность активизации его самостоятельной работы. С целью организации данного вида учебных занятий необходимо в первую очередь использовать материал лекций и семинаров. Лекционный материал создает проблемный фон с обозначением ориентиров, наполнение которых содержанием производится студентами на семинарских занятиях после работы с учебными пособиями, монографиями и периодическими изданиями.

В ходе изучения дисциплины студентам рекомендуется вечером того дня, когда было проведено занятие, прочитать лекцию или просмотреть решение задач на семинаре. За десять минут до начала лекции или семинара также прочитать предыдущую лекцию и просмотреть материалы семинара. Данные рекомендации обусловлены исследованием Эббингауза.

В соответствии с кривой забывания Эббингауза разработаны следующие режимы повторения для наилучшего запоминания:

Если есть два дня:

- первое повторение – сразу по окончании чтения;
- второе повторение – через 20 минут после первого повторения;
- третье повторение – через 8 часов после второго;
- четвёртое повторение – через 24 часа после третьего.

Если нужно помнить очень долго:

- первое повторение – сразу по окончании чтения;
- второе повторение – через 20-30 минут после первого повторения;
- третье повторение – через 1 день после второго;
- четвертое повторение – через 2-3 недели после третьего;
- пятое повторение – через 2-3 месяца после четвертого повторения

Самостоятельно изучается рекомендуемая литература, проводится работа с библиотечными фондами и электронными источниками информации, специальной литературой, статьями из профильных журналов. Реферируя и конспектируя наиболее важные вопросы, имеющие научно-практическую значимость, новизну, актуальность, делая выводы, заключения, высказывая практические замечания, выдвигая различные положения, студенты глубже понимают вопросы курса.

Подготовка к практическим занятиям, а также выполнение заданий для самостоятельной работы требует от студента навыков работы с литературными источниками:

- умение выделять главное в тексте;
- умение составлять опорную схему изученного материала, тезисный и развернутый план-конспект;
- свободное владение проработанным материалом;
- способность рассказать своими словами суть проблемы;
- умение объяснить и дать определение встречающимся в тексте новым научным терминам;
- умение находить в жизни ситуации, которые могут служить иллюстрацией теоретического материала, обсуждаемого на занятиях.

Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании курсовых работ и выпускной квалификационной работы.

Важной является готовность студента к восприятию в курсе сочетания философского, теоретического материала с конкретным практическим, направленным на освоение умений и навыков практической организации профессиональной деятельности в образовательном учреждении.

Подготовка к практическому занятию включает 2 этапа:

I - организационный;

II - закрепление и углубление теоретических знаний.

На первом этапе студент планирует свою самостоятельную работу, которая включает:

- уяснение задания на самостоятельную работу;

- подбор рекомендованной литературы;

- составление плана работы, в котором определяются основные пункты предстоящей подготовки. Составление плана дисциплинирует и повышает организованность в работе.

Второй этап включает непосредственную подготовку студента к занятию. Начинать надо с изучения рекомендованной литературы. Необходимо помнить, что на лекции обычно рассматривается не весь материал, а только его часть. Остальная его часть восполняется в процессе самостоятельной работы. В связи с этим работа с рекомендованной литературой обязательна. Особое внимание при этом необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов. В процессе этой работы студент должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобраться в иллюстративном материале. Заканчивать подготовку следует составлением плана (конспекта) по изучаемому материалу (вопросу). Это позволяет составить концентрированное, сжатое представление по изучаемым вопросам.

Записи имеют первостепенное значение для самостоятельной работы студентов. Они помогают понять построение изучаемого материала, выделить основные положения, проследить их логику и тем самым проникнуть в творческую лабораторию автора.

Ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у студента, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд подсобных материалов для быстрого повторения прочитанного, для мобилизации накопленных знаний. Особенно важны и полезны записи тогда, когда в них находят отражение мысли, возникшие при самостоятельной работе.

Важно развивать умение сопоставлять источники, продумывать изучаемый материал. Большое значение имеет совершенствование навыков

конспектирования. Преподаватель может рекомендовать студентам следующие основные формы записи: план (простой и развернутый), выписки, тезисы. Результаты конспектирования могут быть представлены в различных формах.

План – это схема прочитанного материала, краткий (или подробный) перечень вопросов, отражающих структуру и последовательность материала. Подробно составленный план вполне заменяет конспект.

Конспект – это систематизированное, логичное изложение материала источника. Различаются четыре типа конспектов:

- план-конспект – это развернутый детализированный план, в котором достаточно подробные записи приводятся по тем пунктам плана, которые нуждаются в пояснении;

- текстуальный конспект – это воспроизведение наиболее важных положений и фактов источника;

- свободный конспект – это четко и кратко сформулированные (изложенные) основные положения в результате глубокого осмысливания материала. В нем могут присутствовать выписки, цитаты, тезисы; часть материала может быть представлена планом;

- тематический конспект – составляется на основе изучения ряда источников и дает более или менее исчерпывающий ответ по какой-то схеме (вопросу).

В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретается практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь.

При необходимости следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

Формы организации самостоятельной работы обучающихся (темы, выносимые для самостоятельного изучения; вопросы для самоконтроля; типовые задания для самопроверки) представлены в таблице.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Комплексные числа.

Определение, операции сложения, вычитания, умножения и деления. Геометрическое представление комплексных чисел. Тригонометрическая и

показательная формы записи. Формула Эйлера. Операции возведения в целую степень и извлечения корней из комплексных чисел. Некоторые множества комплексных чисел. Последовательности комплексных чисел (определение, понятие предела).

2. Функция комплексного переменного.

Определение. Предельное значение функции комплексного переменного (первое и второе определения). Непрерывность функции комплексного переменного (определение). Элементарные функции комплексного переменного (степенная, экспоненциальная, логарифмическая, тригонометрические). Дифференцирование функций комплексного переменного. Теорема о дифференцируемой функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Аналитическая функция (определение). Некоторые свойства аналитических функций. Аналитичность элементарных функций.

3. Интеграл от функции комплексного переменного.

Определение. Свойства интегралов от функций комплексного переменного. Теорема Коши. Интегральная формула Коши. Интегрирование аналитических функций.

4. Ряды комплексных чисел.

Абсолютная и условная сходимости. Признаки сходимости рядов комплексных чисел: Даламбера, Коши, сравнения. Функциональные ряды, область сходимости функционального ряда, равномерная сходимость (определение). Степенные ряды. Круг и радиус сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара. Ряд Тейлора. Ряд Лорана (определение). Область сходимости ряда Лорана.

5. Теории вычетов

Классификация изолированных особых точек: устранимая особая точка, полюс, существенно особая точка (определения). Поведение функции в окрестности особых точек. Вычет аналитической функции в изолированной особой точке (определение). Формула для вычисления вычета в полюсе. Основная теорема теории вычетов. Вычет функции в бесконечной изолированной особой точке (определение). Теорема о вычетах функции на полной комплексной плоскости. Вычисление определенных и несобственных интегралов с помощью теории вычетов. Лемма 1 о равенстве нулю интеграла по полуокружности бесконечного радиуса. Теорема о вычислении несобственных интегралов от функций вещественного переменного, которые являются аналитическими продолжениями функций, удовлетворяющих лемме 1. Лемма Жордана. Теорема о вычислении несобственных интегралов от функций вещественного переменного, которые являются аналитическими продолжениями функций, удовлетворяющих лемме Жордана.

6. Конформные отображения

Теорема о необходимых и достаточных условиях конформности. Принцип соответствия границ. Принцип симметрии. Теорема Римана. Отображения целой линейной функцией, степенной функцией, $w=\exp(z)$, дробно-линейной функцией.

7. Преобразование Лапласа.

Определение. Преобразование Лапласа элементарных функций. Свойства преобразования Лапласа (девять свойств). Обратное преобразование Лапласа (формула Меллина). Элементы операционного исчисления. Применение преобразования Лапласа к решению обыкновенных дифференциальных уравнений.

4 Оценочные средства по дисциплине

Оценочные средства по дисциплине обеспечивают проверку освоения планируемых результатов обучения посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации.

4.1 Зачет

а) типовые вопросы:

1. Комплексные числа (определение, операции сложения, вычитания, умножения и деления). Геометрическое представление комплексных чисел. Тригонометрическая и показательная формы записи. Формула Эйлера. Операции возведения в целую степень и извлечения корней из комплексных чисел.
2. Последовательности комплексных чисел (определение, понятие предела). Числовые ряды. Функции комплексного переменного (определение, предельное значение Непрерывность функции комплексного переменного (определение).
3. Функциональные последовательности и ряды, область сходимости функционального ряда, равномерная сходимость. Теоремы Вейерштрасса. Определение экспоненциальной функции через предел последовательности.
4. Степенные ряды, круг и радиус сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара. Определение экспоненциальной и тригонометрических функций через степенные ряды. Формула Эйлера, показательная форма записи комплексного числа.
5. Дифференцирование функций комплексного переменного. Теорема о дифференцируемой функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл производной.

6. Аналитические функции. Некоторые свойства аналитических функций. Аналитичность элементарных функций.
7. Интеграл от функции комплексного переменного. Свойства интегралов от функций комплексного переменного. Теорема Коши.
8. Интегральная теорема Коши. Интегралы, зависящие от параметра. Неопределенный интеграл. Интегральная формула Коши.
9. Теорема о производных аналитической функции. Принцип максимума модуля аналитической функции. Теорема Морера. Теорема Лиувилля.
10. Теорема Тейлора. Нули аналитической функции. Теорема единственности аналитической функции.
11. Понятие об аналитическом продолжении. Продолжение с действительной оси. Элементарные функции комплексного переменного. Понятие римановой поверхности.
12. Ряд Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Классификация изолированных особых точек: Поведение функции в окрестности особых точек.
13. Вычет аналитической функции в изолированной особой точке (определение). Формула для вычисления вычета в полюсе. Основная теорема теории вычетов.
14. Вычет функции в бесконечной изолированной особой точке (определение). Теорема о вычетах функции на полной комплексной плоскости. Вычисление определенных с помощью теории вычетов.
15. Лемма 1 о равенстве нулю интеграла по полуокружности бесконечного радиуса. Теорема о вычислении несобственных интегралов от функций вещественного переменного, которые являются аналитическими продолжениями функций, удовлетворяющих лемме 1.
16. Лемма Жордана. Теорема о вычислении несобственных интегралов от функций вещественного переменного, которые являются аналитическими продолжениями функций, удовлетворяющих лемме Жордана.
17. Логарифмический вычет. Теорема Руше. Основная теорема алгебры.
18. Теорема о необходимых и достаточных условиях конформности. Принцип соответствия границ. Принцип симметрии. Теорема Римана.
19. Отображения целой линейной функцией, степенной функцией, $w = \exp(z)$, дробно-линейной функцией.

20. Преобразование Лапласа. Область сходимости. Преобразование Лапласа элементарных функций.

21. Свойства преобразования Лапласа (линейность, теоремы подобия, запаздывания, дифференцирования оригинала, интегрирование оригинала)

22. Преобразование свертки, дифференцирование и интегрирование изображения, теорема смещения. Обратное преобразование Лапласа (интеграл Меллина).

23. Решение задач для линейных дифференциальных уравнений операционным методом. Решение систем линейных дифференциальных уравнений. Решение линейных интегральных и интегро-дифференциальных уравнений

б) критерии и шкала оценивания компетенций (результатов):

Вопрос к зачету билет содержит один (два) теоретических вопроса и три (две) задачи.

По результатам выполнения зачетной работы оценивается уровень освоения обучающимся материала, предусмотренного учебной программой, уровень владения профессиональными терминами, умение обучающегося использовать теоретические знания при решении практических задач.

Зачет считается сданным, если итоговый результат за выполненные задания составляет от 24 до 40 баллов. По каждому из 4-х заданий выставляется от 0 до 10 баллов.

Оценка	Критерии оценки
Отлично 36-40	Студент должен: <ul style="list-style-type: none">- продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала;- исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал;- правильно формулировать определения;- продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой;- уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30-35	Студент должен: <ul style="list-style-type: none">- продемонстрировать достаточно полное знание программного материала;- продемонстрировать знание основных теоретических понятий;

	<p>достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе;</p> <p>- уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.</p>
<p>Удовлетворительно</p> <p>24-29</p>	<p>Студент должен:</p> <p>- продемонстрировать общее знание изучаемого материала;</p> <p>- показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины;</p> <p>- уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.</p>
<p>Неудовлетворительно</p> <p>23 и меньше</p>	<p>Студент демонстрирует:</p> <p>- незнание значительной части программного материала;</p> <p>- не владение понятийным аппаратом дисциплины;</p> <p>- существенные ошибки при изложении учебного материала;</p> <p>- неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу.</p>

4.2 Контрольные работы

а) примеры тестовых заданий:

Задание для контрольной работы 1

. Вычислить $z = \frac{1+3i}{(1-i)^2} + (1+2i)^2$.

1. Найти все значения корня $\sqrt[4]{\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}}$.

3. Найти все значения корня $\sqrt[4]{-16}$.

4. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + n}{(2+i)^{2n}} z^n$.

5. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2-i)^{2n}}{6^n} z^n$.

6. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{(3-i)^n} z^n$.

7. Вычислить $\sin\left(\frac{\pi}{4} + 2i\right)$

8. Вычислить $\operatorname{Ln}(-1+i)$.

9. Вычислить $sh(2 + \frac{\pi i}{4})$.

7. Доказать, что функция $v(x) = 2xy + x$ может быть мнимой частью аналитической функции и восстановить эту функцию.

8. Доказать, что функция $u(x) = (e^y + e^{-y}) \sin x$ может быть вещественной частью аналитической функции и восстановить эту функцию.

9. Доказать, что функция $u(x) = \frac{x}{x^2 + y^2}$ может быть вещественной частью аналитической функции и восстановить эту функцию.

10. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой $\int_L |z| \bar{z} dz$, $L: |z| = 4$, $\operatorname{Re} z \geq 0$.

11. 2. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой

$$\int_L z |z| dz, \quad L: |z| = 1, \quad \operatorname{Im} z \geq 0.$$

12. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой

$$\int_{AB} \operatorname{Im} z^3 dz, \quad AB - \text{отрезок прямой}, \quad z_A = 0, \quad z_B = 1 - i$$

13. Разложить в ряд Лорана по степеням z функцию $w = \frac{1}{z^2 - 2z - 3}$ в кольце $1 < |z| < 3$.

14. Разложить в ряд Лорана по степеням z функцию $w = \frac{1}{z^2 - z - 6}$ в кольце $3 < |z|$.

15. Разложить в ряд Лорана по степеням z функцию $w = \frac{1}{z^2 - 6z + 8}$ в кольце $2 < |z| < 4$.

16. Вычислить интеграл $\oint_{|z|=0.5} \frac{dz}{z(z^2 + 1)}$ (3 балла).

17. Вычислить интеграл $\oint_{|z|=2} \frac{\sin z^3 dz}{1 - \cos z}$

18. Вычислить интеграл $\oint_{|z|=1} \frac{(3z^4 - 2z^3 + 5)dz}{z^4}$.

19. Вычислить интеграл $\oint_{|z-1|=3} \frac{ze^z dz}{\sin z}$

20. Вычислить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{4 + \sqrt{15} \sin t}$

21. Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^4 + 1)^2}$

22. Вычислить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{8 - 3\sqrt{7} \sin t}$

23. Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 9)^2 (x^2 + 4)}$

24. Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 3)^2}$

25. Операционным методом решить задачу Коши $y'' + 2y' = \sin \frac{t}{2}$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 4$.

26. Операционным методом решить задачу Коши $y'' + y' = \sin t$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$.

27. Операционным методом решить задачу Коши $y'' + y' - 2y = -2(t + 1)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

28. Операционным методом решить задачу Коши $y'' - y = \cos 3t$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

29. Операционным методом решить задачу Коши $y'' + 2y' = 2 + e^t$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

30. Операционным методом решить задачу Коши $y'' + y' + y = 7e^{2t}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 4$.

б) критерии и шкала оценивания компетенций (результатов)

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 4 задачи, и еще хотя бы одна задача решена с негрубыми ошибками (получено 18 баллов и выше). Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 30 баллами: каждое из первых пяти заданий оценивается в 4 балла, последние две – 5 баллов.

Оценка	Критерии оценки
Отлично с 27 до 30 баллов	Сумма баллов решенных задач
Хорошо с 23 до 26 баллов	Сумма баллов решенных задач
Удовлетворительно с 18 до 22 баллов	Сумма баллов решенных задач
Неудовлетворительно с 0 до 17 баллов	Сумма баллов решенных задач

в) примеры тестовых заданий:

2) критерии и шкала оценивания компетенций (результатов)

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 3 задачи, и еще хотя бы одна задача решена с негрубыми ошибками (получено 18 баллов и выше). Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 30 баллами: каждое из заданий оценивается в 5 баллов.

Оценка	Критерии оценки
Отлично с 27 до 30 баллов	Сумма баллов решенных задач
Хорошо с 23 до 26 баллов	Сумма баллов решенных задач
Удовлетворительно с 18 до 22 баллов	Сумма баллов решенных задач
Неудовлетворительно с 0 до 17 баллов	Сумма баллов решенных задач

5 Итоговая аттестация по дисциплине

Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Текущий контроль осуществляется два раза в семестр:

- контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 6 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам / темам учебной дисциплины с 1 по 6 неделю учебного семестра;

- контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 10 недели учебного семестра. Включает в себя оценку

мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам / темам учебной дисциплины с 6 по 10 неделю учебного семестра.

Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Этап рейтинговой системы / Оценочное средство	Неделя	Балл	
		Минимум*	Максимум**
Текущая аттестация	1-16	36 - 60% от максимума	60
Контрольная точка № 1	8	18 (60% от 30)	30
Рейтинговая контрольная работа № 1	8	18	30
Контрольная точка № 2	15-16	18 (60% от 30)	30
Рейтинговая контрольная работа № 2	15	18	30
Промежуточная аттестация	-	24 (60% от 40)	40
Зачет	-		
Вопросы к зачету	-	24	40
ИТОГО по дисциплине		60	100

* Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т. ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов

Процедура оценивания знаний, умений, владений по дисциплине включает учет успешности по всем видам заявленных оценочных средств.

На каждом практическом занятии выполняются задания по пройденным темам согласно рабочему плану изучения дисциплины. Применяется групповое оценивание ответа или оценивание преподавателем.

По окончании освоения дисциплины проводится промежуточная аттестация в виде зачета, что позволяет оценить совокупность приобретенных в процессе обучения компетенций. При выставлении итоговой оценки применяется балльно-рейтинговая система оценки результатов обучения.

Зачет предназначен для оценки работы обучающегося в течение всего срока изучения дисциплины и призван выявить уровень, прочность и

систематичность полученных обучающимся теоретических знаний и умений применять их в решении практических задач, приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления.

Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет сумму баллов, заработанных обучающимся при выполнении заданий в рамках текущей и промежуточной аттестации

Сумма баллов	Оценка по 4-х балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоения учебной дисциплины
90-100	5- «отлично»/ «зачтено»	A	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы
85-89	4 - «хорошо»/ «зачтено»	B	Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос
75-84		C	
70--74		D	
65-69	3 - «удовлетворительно» / «зачтено»	E	Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала
60-64			
0-59	2 - «неудовлетворительно»/ «не зачтено»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине